

à la une &gt; LES MATHÉMATIQUES

# 1 Le sens des maths serait inné

Inégaux face aux mathématiques? Les neurobiologistes ont mis à mal cette idée reçue, en découvrant que nous disposerions tous d'un sens du nombre...

Qui n'a jamais blêmi face à un inextricable problème de mathématiques? Quelques cracks, sans doute, qui, dans chaque classe, font figure d'extraterrestres. Extraterrestres aussi les mathématiciens professionnels, dont la pratique est inaccessible à la plupart d'entre nous. Certes, nous n'avons pas tous la même affinité pour l'exploration des monstruosité qui composent l'univers mathématique: endomorphisme, algèbre différentielle, groupes non commutatifs, nombres complexes, théorème d'incomplétude...

## UNE BOUSSOLE MATHÉMATIQUE

Pourtant, comme Monsieur Jourdain fait de la prose sans le savoir, nous faisons tous des mathématiques (voir "Jargon") lorsque nous manipulons ces objets d'apparence familière que sont les nombres. Mieux: d'après les chercheurs, la source de toutes les mathématiques que l'homme est capable de produire se trouve dans un "sens" du nombre, directement encodé dans

cérébrale qui nous permet de naviguer dans l'univers mathématique!

Les psychologues Camilla Gilmore, de l'université de Nottingham, Shannon McCarthy et Elizabeth Spelke, de l'université Harvard, viennent de le démontrer en observant les performances d'enfants de 5 et 6 ans (un âge charnière où les jeunes écoliers savent déjà compter mais ne maîtrisent pas encore le calcul), devant des opérations approximatives relativement complexes sous forme de petits scénarios: "Si tu as 24 images et que je t'en donne 27 de plus, auras-tu plus ou moins de 35 images?" ou encore "Sarah a 64 bonbons. Elle en distribue 13. John a 34 bonbons. Qui en a le plus?" Les résultats sont étonnants. Alors qu'ils sont encore incapables de réaliser une addition précise (*a fortiori* sur des nombres aussi grands), les écoliers répondent correctement à la question, à la surprise de leurs enseignants! D'après les chercheuses, les enfants utilisent naturellement les symboles fraîchement

## Des bébés de quelques mois effectuent mentalement des opérations simples!

notre cerveau, sans liaison à un quelconque apprentissage! Un sens solidement ancré en nous dès la naissance. De nos petits calculs de fin de mois aux vertiges de l'abstraction auxquels s'adonne un lauréat de la médaille Fields, c'est la même boussole

acquies (les nombres), selon des règles de l'arithmétique approximative déjà encodées dans leur cerveau!

Cette "boussole" mathématique, on avait déjà cru la déceler à travers les travaux réalisés depuis une dizaine d'années par Karen Wynn, de l'université

Yale, et Elisabeth Spelke sur des bébés de quelques mois. En effet, ceux-ci se révélaient apparemment capables d'effectuer mentalement des opérations arithmétiques simples: les chercheuses avaient observé que lorsque l'on cache cinq objets dans une boîte, puis cinq autres, puis qu'on ouvre la boîte et la leur montre, les nourrissons la regardent plus longuement si elle ne montre que cinq objets au lieu des dix attendus. Comment sont-ils avertis d'une incohérence? Répondre à cette question, c'est tout l'enjeu des études menées depuis pour prouver qu'il existe chez l'homme un sens "universel" du nombre, indépendant

de tout langage et de toute représentation symbolique. Ainsi Pierre Pica, linguiste au laboratoire Structures formelles du langage du CNRS, à Paris, Stanislas Dehaene, professeur de psychologie cognitive expérimentale au Collège de France, et Elisabeth Spelke, se sont intéressés en 2004 aux Mundurucus, une peuplade indigène de la forêt amazonienne dont le territoire se trouve dans l'Etat de Para au Brésil (voir encadré), et dont Pierre Pica étudie le dialecte depuis 1998. Car comme le raconte ce dernier, "la langue des Mundurucus a ceci de particulier qu'elle n'a de noms de nombres que pour dire un, deux, trois, quatre.

M. MELKI

Au-delà, ils utilisent des équivalents de beaucoup". Des cobayes parfaits pour les chercheurs, désireux de tester l'hypothèse d'un sens inné des maths!

## TESTER LES MUNDURUCUS

En effet, si notre capacité à faire des mathématiques n'était pas innée, mais dépendait du maniement d'un langage symbolique acquis (par exemple des chiffres arabes que nous utilisons couramment), les performances des Mundurucus devraient être très limitées! Les scientifiques ont donc imaginé plusieurs tests. Dans un premier temps, ils ont demandé à des Mundurucus d'exprimer de la façon la →

< Les enfants de 5 ans ne maîtrisent pas le calcul, mais savent manipuler l'arithmétique approximative.



## > JARGON

**Mathématiques**: d'après la définition du dictionnaire, les mathématiques sont un "ensemble de sciences ayant pour objet la quantité et l'ordre, l'étude des êtres abstraits, ainsi que les relations qui existent entre eux". Ces "êtres abstraits" étant des nombres, des figures géométriques, des fonctions... Plusieurs sous-disciplines ont émergé de cet ensemble: la géométrie, la logique, l'arithmétique, l'algèbre, l'analyse et les probabilités.

à la une > LES MATHÉMATIQUES

→ plus adéquate le nombre de points représentant des nuages affichés sur un écran. Résultat : les sujets effectuent un dénombrement précis pour des nuages de un à trois points. Au-delà, plus aucun consensus n'est observé, et une série de mots approchants désigne aussi bien 5 que 15. De même, les Mundurucus échouent d'autant plus

noyau culturel commun à l'espèce humaine." Ceci est d'autant plus probant lorsqu'on regarde les tests dans le détail : les deux types de sujets (Européens ou Mundurucus) éprouvent d'autant plus de difficulté à comparer les nombres de points de deux nuages que ceux-ci sont globalement grands, ou que l'écart entre eux est faible. Au-

## Pour les Mundurucus, une série de mots approchants désigne aussi bien 5 que 15

à faire une soustraction dont le résultat est compris entre 1 et 3 que les deux nombres de départ sont grands, donc impossibles à nommer dans leur langue. Jusqu'ici, pas de véritable surprise. Mais ce qui a particulièrement intéressé les scientifiques, ce sont les résultats de tests d'arithmétique dite "approximative". Il s'agit par exemple de comparer deux nuages de points, et d'indiquer celui qui contient le plus d'éléments. Ou encore de les additionner ou les soustraire.

### UN NOYAU CULTUREL COMMUN

Résultat : les Mundurucus sont tout à fait capables d'effectuer des calculs approximatifs. "Lorsque les tests ne font pas appel au langage, mais présentent de grands nombres sous forme d'ensembles d'objets, les participants comprennent instantanément ce qu'est une addition, une soustraction, ou une comparaison approximatifs. Ils ne savent pas compter, mais ils savent que le nombre d'éléments d'un ensemble change dès qu'on y ajoute ou retranche un objet. Le concept de nombre précède donc le nombre", conclut Stanislas Dehaene. Mêmes performances pour des sujets européens ayant "appris" les maths et soumis à la même expérience par Manuela Piazza, aujourd'hui chercheuse à l'université de Trente (Italie) et Stanislas Dehaene. Pour Pierre Pica, la conclusion s'impose donc : "L'arithmétique approximative fait partie d'un

noyau culturel commun à l'espèce humaine." Ceci est d'autant plus probant lorsqu'on regarde les tests dans le détail : les deux types de sujets (Européens ou Mundurucus) éprouvent d'autant plus de difficulté à comparer les nombres de points de deux nuages que ceux-ci sont globalement grands, ou que l'écart entre eux est faible. Au-

trement dit, tout le monde compare plus facilement 12 à 64 que 32 à 35 (à l'écart plus petit), et plus facilement aussi 10 à 13, que 1024 à 1027 (à l'écart pourtant identique). L'arithmétique approximative est donc universelle ! Mais alors ? Y aurait-il dans le cerveau deux endroits distincts pour les deux types d'arithmétiques ? L'un spécialiste de l'arith-



métique exacte, fondée sur le langage, et capable des prouesses que l'on sait, et l'autre, permettant une représentation approximative du nombre ? Pour le savoir, c'est le cerveau lui-même, d'un point de vue neurologique, qu'il a fallu explorer.



▲ Les Mundurucus ne comptent que jusqu'à 4, ce qui fait d'eux de parfaits sujets d'étude pour les chercheurs qui testent l'hypothèse d'un sens inné des maths.

On savait déjà à peu près dans quelle zone du cerveau il fallait chercher : grâce aux techniques d'imagerie cérébrale, les neurologues avaient remarqué que les manipulations mentales de quantités (addition, comparaison, simple vision d'un chiffre ou d'un nuage de points) activent toujours les mêmes zones du cerveau, au premier rang desquelles figure la partie inférieure d'une région appelée "sillon intrapariétal". Par ailleurs, on disposait d'un modèle théorique du traitement des nombres par le cerveau qu'il fallait tenter de valider : Stanislas Dehaene, en 1993, avait émis l'hypothèse que les quantités seraient codées par des neurones plus ou moins spécifiques, chacun d'entre eux s'activant autour d'une quantité donnée. Par exemple, des neurones "s'allumeraient" pour 4 ou 5 mais pas pour 6, etc. Ingrédient sup-

P. PICA/CNRS/UMR 7023

plémentaire : les neurones des nombres seraient d'autant moins spécialisés qu'ils coderaient pour des quantités importantes... ce qui pourrait rendre compte de notre plus grande habileté à discriminer des petits nombres que des grands. Pendant dix ans, cette hypothèse est restée spéculative.

### DES "NEURONES DES NOMBRES"

Jusqu'à ce qu'en 2002, Andreas Nieder, de l'université de Tübingen, et Earl Miller, de l'Institut de technologie du Massachusetts (MIT), décident de la mettre à l'épreuve via l'exploration du cerveau de singes "mathématiciens". Les deux chercheurs connectent des électrodes à des neurones de l'équivalent du cortex préfrontal et intrapariétal humain de leurs cobayes. Résultat : ils observent que 20 % des neurones de ces régions sont sensibles aux nombres, s'activant de façon sélective en fonction des quantités présentées aux singes sous forme de nuages de points. Comme l'explique Ma- →

## LES MUNDURUCUS OU LE REFUS DE COMPTER

Etrange... La langue des Mundurucus n'a de mots que pour compter jusqu'à 3 ou 4. Au-delà, il n'existe que des approximations. L'explication la plus simple consiste à dire que si les Mundurucus ne comptent pas, c'est qu'ils n'en ont pas besoin. "Pas besoin ! s'indigne Pierre Pica. Alors que cela fait 200 ans qu'ils sont en contact avec les Blancs, qu'ils sont citoyens brésiliens et qu'ils touchent des allocations du gouvernement fédéral !" D'après ce linguiste, qui depuis près d'une décennie pas-

se plusieurs mois par an chez les Mundurucus, la raison est plus subtile : les Mundurucus ne comptent pas parce qu'ils "refusent" de compter ! Pour le chercheur, apprendre une chose nécessite souvent d'en "désapprendre" une autre. L'apprentissage s'opère souvent par un recyclage neuronal, une réaffectation de certaines zones cérébrales à de nouvelles tâches. "Nos recherches nous permettent de penser qu'un passage au calcul exact entraînerait chez une population

indigène une perte du sens de la symétrie, indispensable à la capacité d'orientation et à l'identification d'un animal, donc à la survie dans une forêt", note Pierre Pica. En effet, le calcul approximatif est intimement lié au corps, et à sa symétrie : on pointe généralement les quantités sur des parties du corps (dont les doigts ne sont qu'un cas particulier). Ainsi, le chiffre "trois", par exemple, se dit "ebapûg", qui signifie "deux bras plus un". Par ailleurs, le pluriel est absent de cette langue, "comme si l'ensemble du système cognitif mundurucu (calcul, langue) était verrouillé pour rendre impossible le calcul exact", remarque Pierre Pica. Bref, possible que, pour ces Indiens amazoniens, le dilemme soit le suivant : compter de façon exacte, ou survivre dans leur environnement. "D'où l'urgence de mettre en œuvre un programme de recherche pour y voir clair sur les mesures à prendre pour assurer la survie de l'espèce humaine en fonction de l'environnement dans lequel elle vit", conclut le chercheur.



▲ Les Mundurucus ont un sens de la symétrie déterminant pour s'orienter en milieu non urbain.

à la une > LES MATHÉMATIQUES

→ nuela Piazza, "certains neurones s'activaient plus lorsqu'un singe visualisait une image avec trois points. D'autres, face à une image avec cinq points. Par ailleurs, les neurones codant pour trois s'activaient aussi un peu pour quatre ou cinq, la résolution diminuant au fur et à mesure que les

avons montré que cela entraînait une réactivation de la zone concernée, directement proportionnelle à la différence entre le stimulus répété et la déviation, explique Manuela Piazza. Or, cette zone se situait dans le cortex intrapariétal, là où des neurones des nombres ont été observés chez les macaques ! Ce

## Mathématiques approximative et exacte ont la même origine neuronale

nombres augmentaient". Bref, l'hypothèse de neurones spécialisés dans la reconnaissance des nombres trouvait là une démonstration éclatante ! Du moins chez le singe...

n'est pas à proprement parler une preuve de l'existence de neurones des nombres chez l'homme, mais disons que nos observations sont compatibles avec l'hypothèse." Tout récemment, début

Restait à savoir ce qu'il en est du cerveau humain. Contient-il lui aussi des neurones des nombres ? Et si oui, que permettraient-ils de dire des liens entre arithmétiques approximative et exacte ? Impossible de connecter une électrode à un cerveau humain pour répondre à la question ! C'est Manuela Piazza et Stanislas Dehaene qui ont trouvé la réponse. Les chercheurs ont imaginé une expérience consistant à présenter plusieurs fois à leurs sujets (humains) des nuages de 16 points, entraînant un phénomène d'habituation, c'est-à-dire une stabilisation de l'activité cérébrale dans la zone impliquée. De temps en temps, les neurobiologistes intercalaient une image avec un nombre différent de points. "Nous

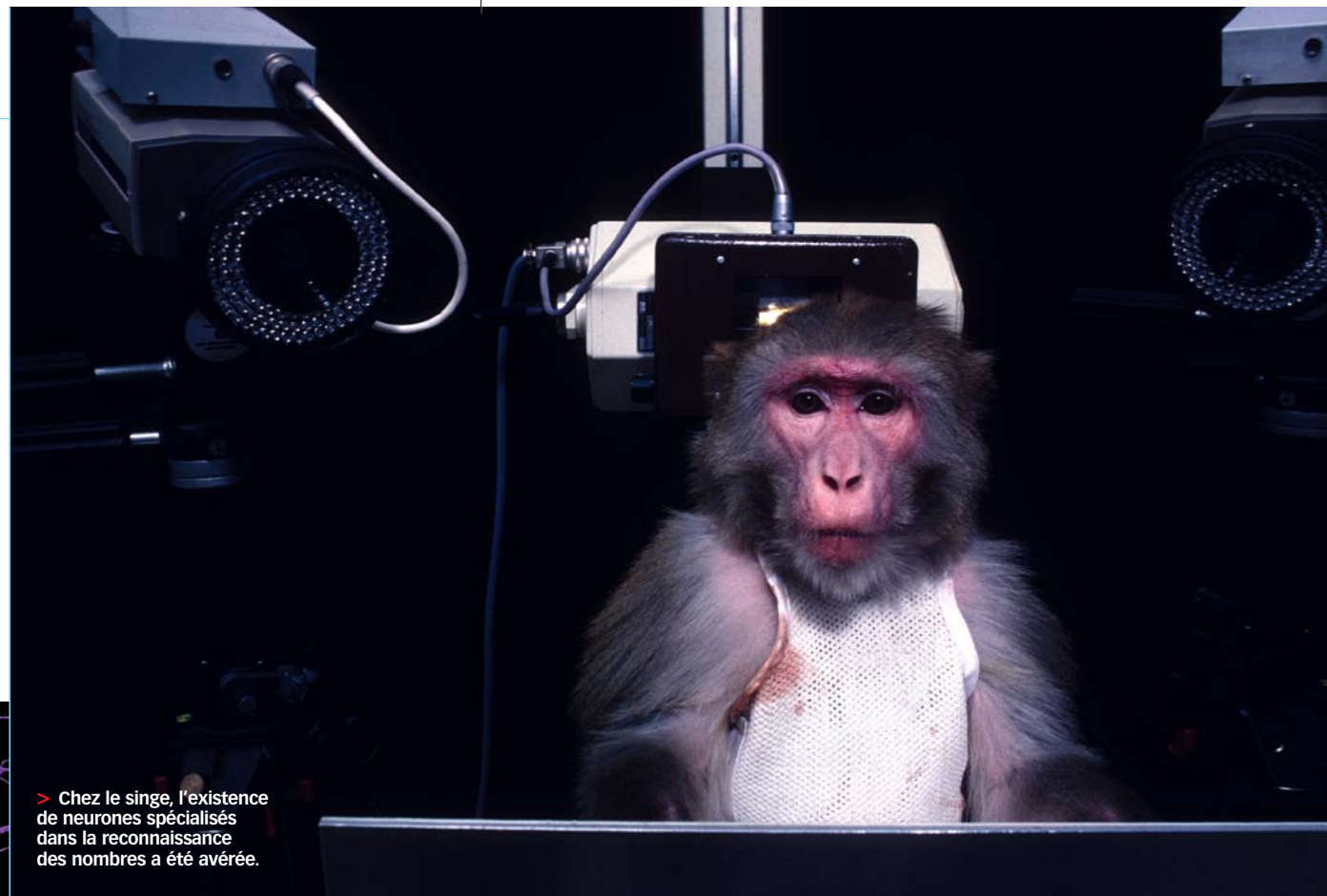


> Chez le singe, l'existence de neurones spécialisés dans la reconnaissance des nombres a été avérée.

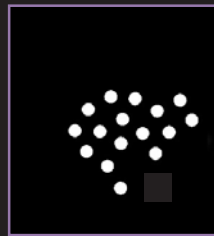
< Les quantités seraient codées par des neurones, chacun s'activant autour d'une quantité donnée.

2007, les deux chercheurs ont repris la même expérience en utilisant indifféremment des nuages de points ou des chiffres arabes, faisant directement référence aux noms de nombres, donc aux mathématiques symboliques. Avec les mêmes conclusions ! Pour Manuela Piazza, "ce résultat, obtenu chez des sujets maîtrisant le calcul symbolique,

est le signe que c'est la même population de neurones qui code de façon abstraite pour les nombres, indépendamment de leur notation symbolique ou pas. On ne peut pas conclure que ce soit ainsi dans tous les types de calculs, mais notre expérience met en évidence la convergence des deux types de notation vers une même représentation interne".

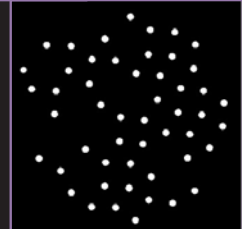


▲ La manipulation mentale des quantités active toujours les mêmes zones du cerveau, notamment, ici, le cortex intrapariétal.



< Piazza et Dehaene montrent plusieurs fois des nuages de 16 points à leurs sujets humains : l'activité cérébrale de la zone impliquée se stabilise.

> De temps en temps, ils intercalaient une image avec un nombre différent de points, ce qui entraîne une réactivation de la zone cérébrale concernée.



Certes, il serait absurde d'affirmer que seuls les neurones de l'arithmétique approximative sont à l'œuvre dans le traitement par le cerveau de véritables problèmes de mathématiques. Ceux-ci font appel à des facultés bien plus complexes dont on ignore encore comment elles s'articulent. Mais quoi qu'il en soit, mathématiques approximative et exacte ont bien la même origine neuronale ! Voilà pour

quoi les écoliers sont capables d'additionner mentalement des grandes quantités de bonbons alors même qu'ils ne maîtrisent aucune opération. Manuela Piazza en conclut que "c'est en effet sur cette capacité universelle, ce sens des maths, que quelque chose de plus complexe se met ensuite en place au moment de l'apprentissage du calcul symbolique. Probablement par connexion des populations de neu-

rones qui codent pour les symboles (chiffres arabes, par exemple) avec cette population préexistante qui code déjà pour la quantité. Et c'est sans doute pour cette raison que le symbole acquiert le sens de quantité". Bref, la prochaine fois que vous serez en proie à la panique face à un problème de mathématiques, faites donc confiance à votre sens du nombre. C'est lui le guide ! ■

## LE SENS DES NOMBRES : INDISPENSABLE À LA SURVIE DES ANIMAUX

Loin d'être une spécificité humaine, le sens des nombres a été observé chez de nombreuses espèces. Dès les années 50, des chercheurs ont montré que des rats correctement entraînés sont capables de développer une affinité avec les nombres.

Par exemple, si, pour obtenir de la nourriture, le rongeur doit d'abord appuyer un nombre déterminé de fois sur un premier levier, puis une fois sur un second, on constate une capacité d'adaptation de son comportement. Les scientifiques se sont

néanmoins interrogés : un cerveau animal code-t-il réellement pour le nombre ? Dans le cas des rats par exemple, le paramètre important ne serait-il pas plutôt le temps passé à appuyer ou la quantité d'énergie à dépenser ? Et que dire de la nécessité d'un ap-

prentissage ? Aujourd'hui, des études de mieux en mieux contrôlées, intégrant tous les biais possibles, attestent que c'est bien le nombre qui détermine le choix de l'animal. Par exemple, en 2005, Asif Ghazanfar, à l'université de Princeton, a présenté à des singes

des vidéos montrant les visages de deux ou trois congénères en train de crier. Dans le même temps, une bande sonore diffusait les cris de deux ou trois primates. Résultat : le cobaye est systématiquement plus intéressé par un film où le nombre de cris est cohé-

rent avec le nombre de visages. Pour Stanislas Dehaene, "cette expérience démontre la capacité de l'animal à détecter la correspondance numérique entre des ensembles présentés dans des modalités différentes (visuelle et sonore). Elle illustre donc le degré

d'abstraction de la représentation mentale du nombre chez le singe". Par ailleurs, selon des observations fines réalisées en milieu sauvage par Marc Hauser, à Harvard, des chimpanzés, avant d'agresser un adversaire, évaluent si leur coalition est suffisam-

ment nombreuse, un comportement également observé chez les dauphins et les lions. Pour Stanislas Dehaene, "si l'intuition approximative du nombre est répandue dans le monde animal, c'est sans doute parce qu'elle est essentielle à la survie".